

Bagaimana Mengintegrasikan Kegiatan Eksplorasi di Kelas? Belajar dari Olimpiade Matematika SD



Fadjar Shadiq, M.App.Sc
(fadjar_p3g@yahoo.com & www.fadjarp3g.wordpress.com)

Salah satu langkah atau upaya Depdiknas untuk meningkatkan persaingan di antara para siswa SD (Sekolah Dasar) yang berbakat dan menyenangkan matematika adalah dengan mengadakan Olimpiade Matematika Nasional (OMN) sebagai bagian dari Olimpiade Sains Nasional (OSN). Soal atau masalah yang diujikan pada OMN tingkat SD terdiri atas tiga bentuk (format); yaitu: (1) bentuk jawaban singkat, (2) bentuk uraian, dan (3) bentuk eksplorasi. Dari ketiga bentuk soal OMN di atas, bentuk jawaban singkat maupun bentuk soal uraian sudah seharusnya diketahui dan dikenal para guru SD pada umumnya. Bentuk ketiga, yaitu bentuk (format) eksplorasi, mungkin masih merupakan istilah baru atau asing bagi sebagian guru SD. Karena itu, naskah ini disusun dengan maksud untuk memberikan tambahan pengetahuan berupa wawasan bagi guru-guru SD mengenai soal (masalah) berbentuk eksplorasi, diikuti dengan membahas konsep atau pengertian eksplorasi, dan diakhiri dengan membahas alasan menggunakan format eksplorasi.

Contoh Soal Bentuk Eksplorasi

Berikut ini akan disampaikan soal nomor 5 pada OMN SD tahun 2005 di Jakarta sebagai contoh soal bentuk eksplorasi.

Contoh Eksplorasi 1

Bilangan 15 dapat dinyatakan sebagai jumlah dua atau lebih *bilangan asli berurutan* dalam tiga cara, yaitu:

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$15 = 4 + 5 + 6$$

$$15 = 7 + 8$$

- Nyatakan bilangan 18 sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan. Tuliskan dengan sebanyak-banyaknya cara.
- Nyatakan bilangan 210 sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan. Tuliskan dengan sebanyak-banyaknya cara.
- Tentukan sebuah bilangan di antara 10 dan 100 yang tidak dapat dituliskan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan.

Berhentilah membaca untuk beberapa saat, cobalah untuk memecahkan sendiri soal atau masalah di atas lebih dahulu. Jawaban dan catatan untuk soal di atas di antaranya adalah:

- a. Soal pertama ini dikenal sebagai soal pembuka, dengan strategi mencoba-coba, para siswa diharapkan dapat menemukan bahwa hanya ada dua jawaban yang mungkin untuk soal ini, yaitu:

$$3 + 4 + 5 + 6 = 18 \text{ dan } 5 + 6 + 7 = 18.$$

Dengan soal pembuka ini, diharapkan para siswa akan mulai berpikir, mengapa misalnya dua bilangan asli berurutan tidak akan menghasilkan 18 seperti yang diminta soal.

- b. Inilah masalah sesungguhnya pada soal ini. Dari beberapa contoh pada soal dan hasil pekerjaan siswa di atas, para siswa diharapkan mendapatkan beberapa hal menarik yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah tadi, di antaranya:

- Pada penjumlahan tiga bilangan asli berurutan, hasilnya adalah tiga kali bilangan yang di tengah.
- Pada penjumlahan lima bilangan asli berurutan, hasilnya adalah lima kali bilangan yang di tengah, dan seterusnya.
- Pada penjumlahan empat bilangan asli berurutan, hasilnya adalah dua kali jumlah dua bilangan yang di tengah.
- Pada penjumlahan enam bilangan asli berurutan, hasilnya adalah tiga kali jumlah dua bilangan yang di tengah, dan seterusnya.

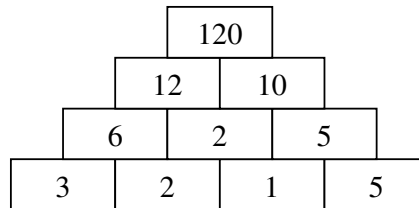
Dengan mengingat bahwa $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ dan berdasar juga pada kesimpulan di atas, akan didapat:

- Untuk banyaknya bilangan yang merupakan bilangan ganjil
 - $210 = 69 + \mathbf{70} + 71$ (banyak bilangan 3; dan $3 \times 70 = 210$)
 - $210 = 40 + 41 + \mathbf{42} + 43 + 44$ (banyak bilangan 5; dan $3 \times 42 = 210$)
 - $210 = 27 + 28 + 29 + \mathbf{30} + 31 + 32 + 33$ (banyak bilangan 7)
 - $210 = 7 + 8 + 9 + \dots + \mathbf{14} + \dots + 20 + 21$ (banyak bilangan 15)Ingat bahwa 3, 5, 7, dan 15 merupakan faktor dari $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.
 - Untuk banyak bilangan yang merupakan bilangan genap
 - $210 = 51 + \mathbf{52} + \mathbf{53} + 54$ (banyak bilangan 4; dan $2 \times [52 + 53] = 210$)
 - $210 = 12 + 13 + \dots + \mathbf{17} + \mathbf{18} + \dots + 20 + 21 + 22 + 23$ (banyak bilangan 12; dan $6 \times [17 + 18] = 210$)
 - $210 = 1 + 2 + 3 + \dots + \mathbf{10} + \mathbf{11} + \dots + 19 + 20$ (banyak bilangan 20)
- c. Dari sepuluh bilangan berikut: 1, 2, 3, 4, 5, ... , 10; bilangan mana saja yang tidak dapat dituliskan sebagai jumlah dua atau lebih bilangan asli berurutan? Apa yang menarik dari data tersebut. Mengapa hasilnya seperti itu? Jawaban untuk soal ini adalah: 16, 32, atau 64.

Berikut ini akan disampaikan soal nomor 5 pada *International Mathematics and Science Olympiad 2005 (IMSO)* juga di Jakarta.

Contoh Eksplorasi 2

Ten rectangles form a pyramid. Each rectangle is filled in with a positive whole number following a certain rule. In the figure below, the numbers 3, 2, 1, and 5 are placed at the bottom rectangles, thereby resulting to 120 at the top rectangle of the pyramid.

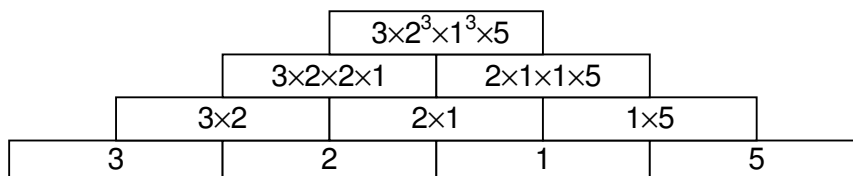


By following the same rule,

- [2 points] What is the rule of filling in the numbers into the rectangles of this pyramid?
- [1 points] Using the rule in a, what number should be at the top rectangle of the pyramid if you put 1, 2, 1, and 3 (in this order) at the bottom rectangles?
- [3 points] By following the same rule, the number 2160 is obtained at the top rectangle of the pyramid. Find all possibilities of the four numbers placed at the bottom rectangles of the pyramid, if the number 1 is not used? Note: The sequence 3, 2, 2, 4 is considered different from the sequence 4, 2, 2, 3.

Berhentilah membaca untuk beberapa saat, cobalah untuk memecahkan sendiri soal atau masalah di atas lebih dahulu. Jawaban dan catatan untuk soal pada poin:

- Aturannya adalah mengalikan dua bilangan tepat di bawahnya. Contohnya, 120 yang ada di puncak adalah hasil dari $12 \times 10 = 120$.
- Jika pada dasarnya diletakkan 1, 2, 1, dan 3; maka pada persegi panjang puncak harus diisi dengan 24. Anda tahu alasannya bukan.
- Untuk menjawab soal ini, seperti pada contoh soal 1 di atas, para siswa diharapkan dapat mengumpulkan data, menyusun dugaan, menunjukkan kebenaran dugaannya. Dari data yang didapat, pada akhirnya ia harus menyimpulkan bahwa untuk kasus khusus seperti siswa menggunakan empat bilangan 3, 2, 1, dan 5 pada dasarnya, akan didapat bilangan 120 pada puncaknya. Dengan notasi berikut, nyatalah bahwa dua bilangan yang di tengah pada alas, akan sangat menentukan nilai pada puncak.



Karenanya 2160 harus dimanipulasi dahulu menjadi $2^4 \times 3^3 \times 5$. Dengan demikian, dua persegi panjang yang di tengah harus diisi dengan 2 dan 3, sehingga ada 4 kemungkinan penyelesaian soal ekplorasi ini, yaitu:

2	2	3	5
2	3	2	5

5	2	3	2
5	3	2	2

Yakinkah Anda dengan hasil ini, mengapa?

Pengertian Eksplorasi

Istilah eksplorasi sudah muncul pada Kurikulum 2004. Namun istilah tersebut tidak muncul lagi pada Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika (Depdiknas, 2006). Meskipun demikian penulis meyakini bahwa istilah itu secara implisit sudah termuat pada tujuan pelajaran matematika nomor 2 yang berkait dengan penalaran (*reasoning*). Sebagai acuan; Kurikulum 2004 (Depdiknas, 2003:6) menyatakan bahwa kemampuan bernalar para siswa dapat ditingkatkan melalui kegiatan seperti: (1) penyelidikan, (2) eksplorasi, ataupun (3) eksperimen. Di samping tiga istilah tersebut, istilah lain yang sering muncul yang menurut hemat penulis berkait dengan istilah itu adalah investigasi (*investigation*) dan penemuan (*inquiry* atau *discovery*). Dari beberapa istilah ini, tentunya ada hal-hal yang sama dan ada juga yang berbeda. Sesungguhnya, penulis lebih tertarik pada aktivitas (*activity*) yang dapat ditampilkan siswa selama melakukan kegiatan itu daripada hanya berdebat mengenai pengertian beberapa istilah tadi.

Berdasar penjelasan di atas, penulis sependapat dengan Tran Vui (2000:1) yang menyatakan: "*Inquiry learning, which is the technical term ascribed to investigative and exploratory educational activities*" Hal ini menunjukkan bahwa pembelajaran penemuan (*inquiry learning*) merupakan istilah teknis atau istilah operasional yang berkait dengan kegiatan investigasi dan eksplorasi. Tran Vui (2001) menyatakan juga tentang tiga bentuk eksplorasi, yaitu: *guided exploration* (eksplorasi terbimbing), *modified exploration* (eksplorasi antara atau menengah), dan *free exploration* (eksplorasi murni). Pembagian seperti ini mengingatkan kita pada pembagian pada metode penemuan (*discovery*) ataupun pembelajaran penemuan (*inquiry learning*) yang juga terbagi menjadi penemuan terbimbing dan penemuan murni.

Pada contoh proses eksplorasi di atas, siswa dituntut untuk menghubungkan-hubungkan antara pengetahuan yang satu dengan pengetahuan dan data lainnya, menyimpulkan dan melakukan analisis yang logis, membuat model matematikanya, menyusun dugaan, dan berabstraksi. Pada intinya, dengan kegiatan bereksplorasi ini, para siswa diharapkan dapat meningkatkan kemampuan berimajinasi, berintuisi,

berpikir divergen, melahirkan karya yang orisinal, memprediksi dan menduga (*conjecturing*), mencoba-coba (*trial and error*), serta untuk memfasilitasi rasa ingin tahu para siswa.

Mengapa Harus Eksplorasi

Dari apa yang dilakukan dalam proses pemecahan soal atau masalah eksplorasi di atas, dapat disimpulkan bahwa pada kegiatan bereksplorasi; bukan hasil akhirnya saja yang dipentingkan, namun yang lebih penting lagi adalah proses mendapatkannya, proses belajar berpikir dan bernalarnya yang akan jauh lebih penting bagi para siswa. Karenanya, jika Bruner (Cooney dkk, 1975) berpendapat bahwa belajar dengan penemuan adalah belajar untuk menemukan (*learning by discovery is learning to discover*); maka penulis dapat menyatakan di sini bahwa pada proses pemecahan masalah (atau soal) dalam bentuk eksplorasi adalah memfasilitasi para siswa kita untuk melakukan dan berlatih eksplorasi (*learning by exploration is learning to explore*).

Dengan kegiatan penyelidikan dan eksplorasi ini, para siswa dilatih untuk tidak hanya menerima sesuatu yang sudah jadi seperti layaknya hanya diberi seekor ikan yang dapat langsung dimakan selama sehari saja, namun, mereka dilatih seperti layaknya belajar cara menangkap ikan sehingga ia bisa makan ikan untuk seumur hidupnya. Untuk itu, para siswa harus mempelajari cara-cara menemukan teori sederhana selama duduk di bangku sekolah, termasuk di bangku SD yang akan sangat berguna di kelak kemudian hari, ketika mereka duduk di jenjang pendidikan yang lebih tinggi maupun di tempat kerjanya. Di era globalisasi dan teknologi maju seperti sekarang, para pemecah masalah tangguh dan penemu besar akan semakin dibutuhkan. Dengan belajar dan berlatih bereksplorasi sejak dini diharapkan akan muncul penemu-penemu besar dari bumi kita ini.

Sebagai tambahan, NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*), organisasi para guru matematika Amerika Serikat, pada tahun 2000, telah menerbitkan buku berjudul *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM menyatakan bahwa standar matematika sekolah meliputi standar isi atau materi (*mathematical content*) dan standar proses (*mathematical processes*). Standar proses meliputi pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan pembuktian (*reasoning and proof*), keterkaitan (*connections*), komunikasi (*communication*), dan representasi (*representation*). Berkait dengan dua istilah tentang konten dan proses ini, ada kecenderungan di antara para pakar pendidikan matematika untuk lebih menekankan pada pencapaian tujuan proses daripada kontennya, sebagaimana dinyatakan Bastow, Hughes, Kissane, dan Mortlock (1984:1) berikut: *“Among many mathematics educators there is a growing recognition of the need in school mathematics to increase the emphasis placed on process objectives.”* Sebagaimana sudah disampaikan tadi, kegiatan eksplorasi ini kaya dengan pencapaian tujuan proses tanpa menafikan pencapaian kontennya.

Daftar Pustaka

- Bastow, B. Hughes, J. Kissane, B. & Randall, R. (1986). *Another 20 Mathematical Investigational Work*. Perth: The Mathematical Association of Western Australia (MAWA).
- Cooney, T.J., Davis, E.J., Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Depdiknas (2003). *Kurikulum 2004. Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Dasar dan Madrasah Ibtidaiyah*. Jakarta: Depdiknas.
- Depdiknas (2006). *Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas*. Jakarta: Depdiknas.
- NCTM (1999). Overview of Principles and Standards for School Mathematics. <http://www.standard.nctm.org>. Diambil pada 13 Januari 2002.
- Tran Vui (2000). *Mathematical Exploration*. Penang: SEAMEO RECSAM